

Kapitel 3

Wachstumswirkungen der Staatsverschuldung

In diesem Kapitel wird eine erste Wirkungsanalyse der Staatsverschuldung vorgenommen. Dazu konstruieren wir zunächst ein Wachstumsmodell vom sog. Solow-Typ und untersuchen in dessen Rahmen die Konsequenzen der staatlichen Verschuldungspolitik für den langfristigen Entwicklungspfad der Ökonomie. Dabei wird sich zeigen, dass ein Anstieg der Nettokreditaufnahme in einer geschlossenen Volkswirtschaft die Zinsen erhöht und die Reallöhne senkt. Obwohl langfristig die Wachstumsrate unverändert bleibt, vermindert sich dennoch in diesem Modell das Sozialprodukt pro-Kopf. Im zweiten Schritt wird dann untersucht, ob Staatsverschuldung möglicherweise auch einen Einfluss auf die langfristige Wachstumsrate haben könnte. Dazu entwickeln wir ein einfaches endogenes Wachstumsmodell in dem sich zeigen wird, dass Staatsverschuldung zwar keinen Einfluss auf das Zinsniveau hat, aber dafür das Wachstum von Löhnen und Einkommen abbremst.

3.1 Staatsverschuldung und Wachstum im Solow-Modell

Um Fragen der langfristigen Wirkung von Staatsverschuldung zu untersuchen, benötigt man in der Regel wachstumstheoretischer Modelle. Unser Interesse ist in erster Linie auf finanzwissenschaftliche Fragestellungen gerichtet, deshalb werden alle komplizierten wachstumstheoretischen Probleme (z.B. Existenz, Stabilität) im Folgenden so weit wie möglich vernachlässigt.

Wirtschaftliches Wachstum geht in diesem Abschnitt auf eine wachsende Bevölkerung zurück. Von anderen Ursachen sei abgesehen, insbesondere also von technischem Fortschritt. Zur Vereinfachung wird unterstellt, dass eine proportionale Beziehung zwischen Bevölkerungszunahme und Änderung des Arbeitsangebots L besteht. Ohne große Einschränkung kann dieser Proportionalitätsfaktor aber gleich Eins gesetzt werden, so dass nicht weiter zwischen Arbeitsangebot und Bevölkerungszahl unterschieden werden muss.

Exkurs:

Im diskreten Fall, in dem die Zeit auf der Menge der ganzen Zahlen definiert ist, ist die Wachstumsrate einer von der Zeit abhängigen Variablen x_t definiert durch $\Delta x_t/x_t$ mit $\Delta x_t = x_{t+1} - x_t$, im stetigen Fall durch \dot{x}_t/x_t mit $\dot{x}_t = dx/dt$. Im Folgenden wird durchweg unterstellt, daß die Bevölkerung bzw. das Arbeitsangebot mit einer konstanten Wachstumsrate n wächst, d.h. es gilt $\dot{L}/L = n$.

Für das Rechnen mit Wachstumsraten sind die folgenden Regeln wichtig:

- Die Wachstumsrate eines Produkts ist gleich der Summe der einzelnen Wachstums-

raten; für $z_t = x_t \cdot y_t$ ergibt sich also

$$\frac{\dot{z}}{z} = \frac{\dot{x}}{x} + \frac{\dot{y}}{y}$$

- Die Wachstumsrate eines Quotienten ist gleich der Differenz der einzelnen Wachstumsraten; aus $v_t = x_t/y_t$ folgt

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{\dot{x}}{x} - \frac{\dot{y}}{y}$$

- Die Wachstumsrate einer Potenz $u_t = x_t^\alpha$ ist gleich dem α -fachen der Wachstumsrate von x , d.h.

$$\frac{\dot{u}}{u} = \alpha \frac{\dot{x}}{x}.$$

Exkurs Ende

Im Folgenden wird zunächst das Grundmodell ohne Staat skizziert. Dies ermöglicht ein besseres Verständnis der theoretischen Modellgrundlagen. Erst im zweiten Unterabschnitt führen wir dann den Staat, insbesondere staatliche Verschuldungsaktivitäten, in das Modell ein.

3.1.1 Das Grundmodell ohne Staat

In diesem Unterabschnitt wird zunächst die Produktionsseite des Solow-Modells erläutert, dann wird auf die Haushaltsseite eingegangen; schließlich werden die Marktgleichgewichtsbedingungen angegeben.

Die Produktionsseite

Güterangebots- und Faktornachfragefunktionen werden aus gewinnmaximierendem (oder: kostenminimierendem) Verhalten bei Beachtung der produktionstheoretischen Zusammenhänge hergeleitet. Wir beschreiben zuerst die Produktionstechnologie.

In einigen Abschnitten der folgenden Kapitel wird die Produktionstechnologie über eine limitationale Funktion

$$Y = \min(K/u, L/v)$$

mit den festen Produktionskoeffizienten u, v beschrieben. Der jeweils knappere Faktor begrenzt die Produktion. Abbildung 3.1 verdeutlicht eine solche limitationale Produktionsfunktion im Faktorraum.

In der Regel wird allerdings unterstellt, dass die Produktionsfaktoren substituierbar sind. Die Produktionstechnologie wird dann durch eine konkave Funktion

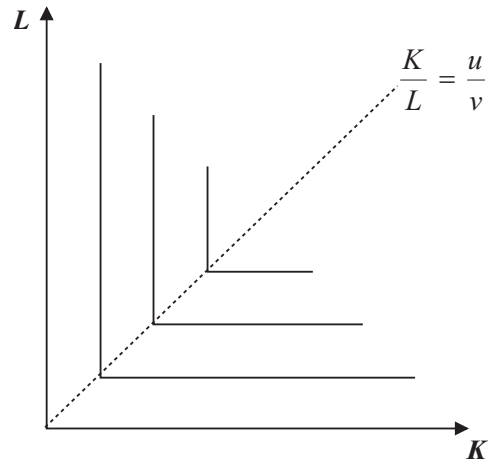
$$Y = F(K, L)$$

erfasst. Zur Vereinfachung gehen wir durchweg davon aus, dass $F(\cdot)$ homogen vom Grade 1 ist (linear-homogen).

Allgemein gilt: Eine Produktionsfunktion $F(K, L)$ ist genau dann homogen vom Grade μ , wenn für ein $\lambda > 0$ gilt

$$\lambda^\mu F(K, L) = F(\lambda K, \lambda L).$$

Abbildung 3.1: Linear-limitationale Produktionsfunktion



Linear-Homogenität ist gleichbedeutend mit „homogen vom Grade 1“; eine Verdopplung aller Inputs führt also zu einer Verdopplung des Outputs usw. Man sagt auch, dass konstante Skalenerträge vorliegen. Setzt man $\lambda = 1/L$ so wird für $\mu = 1$ die letzte Gleichung zu

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right).$$

Mit den Definitionen $y = Y/L$, $k = K/L$ und $f(k) = F(K/L, 1)$ erhält man die Darstellung

$$(3.1) \quad Y = F(K, L) = Lf(k) \quad \text{bzw.} \quad y = f(k).$$

Die durch Kleinbuchstaben repräsentierten Variablen stellen „pro-Kopf“-Größen dar; k bezeichnet man als *Kapitalintensität*. Die Funktion $f(k)$ soll mit den folgenden Eigenschaften ausgestattet sein:

$$f(0) = 0; f(k) > 0 \text{ für } k > 0; f'(k) > 0 \text{ für } 0 < k < \infty; f''(k) < 0 \text{ für } 0 < k < \infty.$$

Sie ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Auf den Güter- und Faktormärkten herrsche vollkommene Konkurrenz; als Verhaltenshypothese im Unternehmenssektor wird Gewinnmaximierung unterstellt. In „pro-Kopf“-Form lautet die Gewinnfunktion dann

$$\pi(k) = pf(k) - rk - w,$$

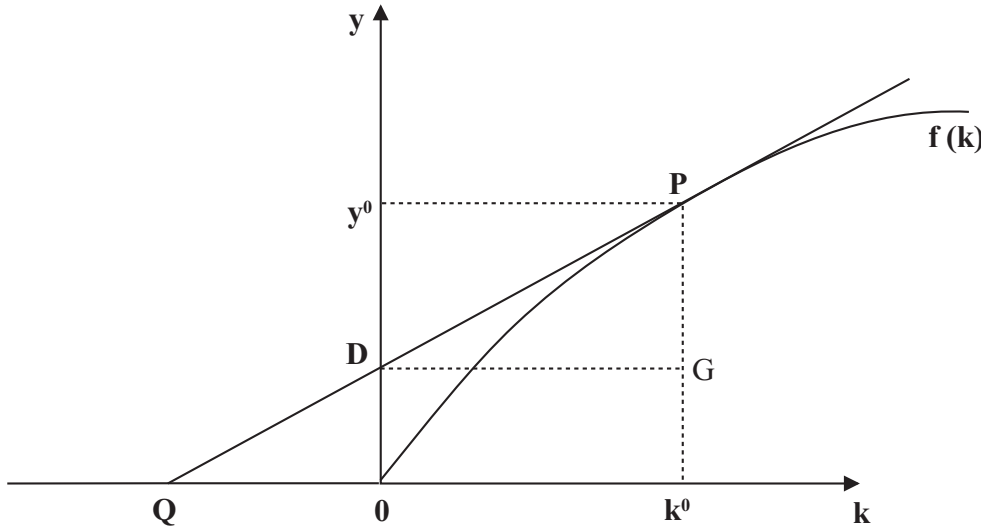
mit π als Gewinn. Üblicherweise normiert man die Gütereinheiten so, dass $p = 1$ gesetzt werden kann. Die gewinnmaximale Kapitalintensität bestimmt sich dann über die Bedingung

$$(3.2) \quad r = f'(k)$$

Bei vollkommener Konkurrenz werden alle Gewinne wegkonkurriert, so dass in einem Marktgleichgewicht gilt

$$f(k) - rk - w = 0,$$

Abbildung 3.2: Konkave Pro-Kopf-Produktionsfunktion



bzw. unter Beachtung von (3.2)

$$(3.3) \quad w = f(k) - kf'(k).$$

Der über (3.2) und (3.3) gegebene Zusammenhang von Kapitalintensität und Faktorpreisen lässt sich anhand von Abbildung 3.2 verdeutlichen. Bei gegebener Kapitalintensität k^0 bestimmt sich der Zinssatz als Steigung der Tangente im Punkt P, d.h. an der Stelle $f(k^0)$. Als Verhältnis zweier Strecken hat man

$$r = \frac{GP}{DG} = \frac{0D}{Q0}.$$

Die Strecke $GP = r \cdot DG (= rk^0)$ gibt dann gerade das Kapitaleinkommen pro Arbeitseinheit bzw. „pro Kopf“. Subtrahiert man diese Größe vom entsprechenden Sozialprodukt pro Kopf $y^0 = f(k^0)$ bleibt als Differenz der Lohnsatz

$$w = 0D.$$

Das Lohn-Zins-Verhältnis lässt sich somit wegen

$$r = \frac{w}{Q0} \quad \frac{w}{r} = Q0$$

als Strecke $Q0$ darstellen.

Über (3.2) kennen wir für ein gegebenes r zwar die gewinnmaximale Kapitalintensität, aber noch nicht die unternehmerische Nachfrage nach den Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit. Gesucht sind also Beziehungen zwischen K bzw. L auf der einen, den Faktorpreisen r und w auf der anderen Seite. Man erhält diese, wenn man (3.1) nach K und L differenziert:

$$\frac{\partial Y}{\partial K}(K, \bar{L}) = L \frac{df(k)}{dk} \frac{dk}{dK} = Lf'(k) \frac{1}{L} = f'(k)$$

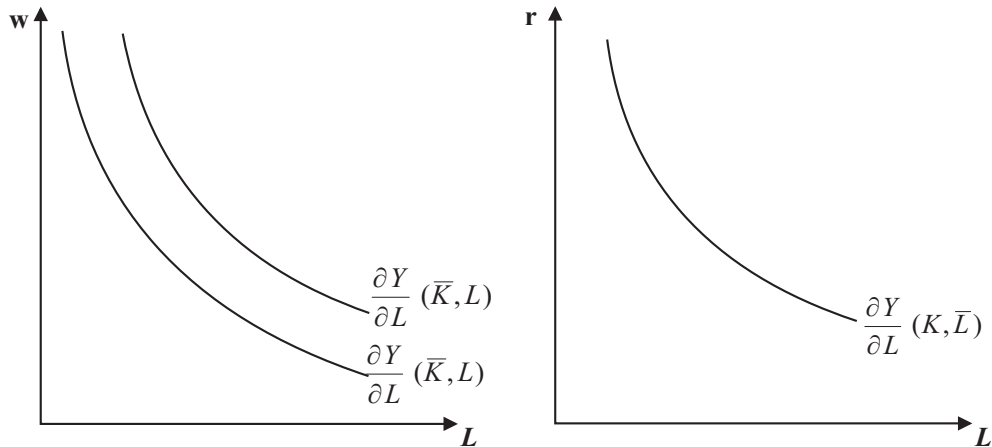
$$\frac{\partial Y}{\partial L}(\bar{K}, L) = f(k) + L \frac{df(k)}{dk} \frac{dk}{dL} = f(k) + Lf'(k) \left(-\frac{K}{L^2} \right) = f(k) - kf'(k)$$

Zusammen mit (3.2) und (3.3) ergeben sich die Gleichungen

$$(3.4) \quad \frac{\partial Y}{\partial L}(\bar{K}, L) = w; \quad \frac{\partial Y}{\partial K}(K, \bar{L}) = r;$$

die die partialökonomischen Nachfragekurven in Abbildung 3.3 bestimmen.

Abbildung 3.3: Faktornachfragefunktionen



Man beachte, dass die eingezeichneten Nachfragekurven nach Arbeit bzw. Kapital jeweils einen ganz bestimmten Wert von K bzw. L implizieren. Gleichung (3.4) begründet zusammen mit $I = \dot{K}$ die Zinsabhängigkeit der Investitionsnachfrage.

Die Haushaltsseite

Auf der Haushaltsseite machen wir uns zunächst die Sache so einfach wie möglich. Im Hinblick auf das Arbeitsangebotsverhalten unterstellen wir ein konstantes Arbeitsangebot. Das Arbeitspotential wächst allerdings mit der konstanten – aber exogenen – Rate n . Bei der Ersparnisentscheidung des Haushalts wird in dieser einfachsten Variante ad hoc angenommen, dass die private Ersparnisbildung in fester Proportion zum verfügbaren Einkommen erfolgt. Da von staatlichen Aktivitäten zunächst abgesehen wird, stimmen verfügbares Einkommen und Sozialprodukt überein, so dass die Sparfunktion lautet

$$(3.5) \quad S = \beta Y,$$

mit β als durchschnittlicher = marginaler Sparquote. Die Konsumnachfrage ergibt sich dann über

$$(3.6) \quad C = (1 - \beta)Y.$$

Diese einfache Modellierung der Spar- und Konsumfunktion dominierte die wachstumstheoretische Literatur der sechziger (und frühen siebziger) Jahre. Sie ermöglicht eine einfache Modellanalyse. Ihr Nachteil besteht darin, dass die Sparentscheidung nicht aus optimierendem Verhalten der Haushalte abgeleitet wird. Das ist methodisch unbefriedigend. Abkürzend sprechen wir von einer *keynesianischen Spar- und Konsumfunktion*. Es besteht also ein Trade-off zwischen Einfachheit des Modells und den methodischen Ansprüchen an

ein Modell. Wir entscheiden uns für das erstere, wenn in einfachen Modellen abgeleitete Ergebnisse auch in komplizierteren Umgebungen erhalten bleiben. Konkret bedeutet dies, dass das hier skizzierte Spar- und Konsumverhalten bei der Analyse der Zinswirkungen sowie der Wirkung auf die personelle Einkommensverteilung zugrunde gelegt wird.

Marktgleichgewichtsbedingungen und Wachstumsgleichgewichte

In unserem rudimentären ökonomischen Modell ohne Staat existieren zwei Faktormärkte und der Gütermarkt. Auf letzterem liegt ein Gleichgewicht vor, wenn Angebot Y und die Gesamtnachfrage nach Konsum- und Investitionsgütern übereinstimmen:

$$(3.7) \quad Y = C + I.$$

Auf dem Arbeitsmarkt wird sich in jeder Periode ein Lohnsatz w derart einstellen, dass Arbeitsangebot und Arbeitsnachfrage in jeder Periode übereinstimmen. Das Gleichgewicht auf dem Gütermarkt wird über geeignete Zinssatzänderungen sichergestellt. Aufgrund des Walras-Gesetzes braucht der Kapitalmarkt (bzw. der Wertpapiermarkt) nicht explizit in die Betrachtung einbezogen werden. Er ist automatisch im Gleichgewicht, wenn alle anderen Märkte im Gleichgewicht sind. Statt (3.7) könnte man auch die Gleichgewichtsbedingung

$$(3.8) \quad S = I$$

verwenden.

Durch das exogen vorgegebene Wachstum des Arbeitskräftepotentials muss die Ein-Perioden-Betrachtung um eine dynamische Komponente erweitert werden. Das Wachstum der Produktionsfaktors Arbeit zieht nämlich im Zeitablauf auch eine Veränderung des Sozialprodukts nach sich. Damit stehen in aufeinanderfolgenden Perioden aber grundsätzlich auch mehr Kapitalgüter zur Verfügung usw. Gegenstand der Wachstumstheorie ist es dann gerade, die zeitliche Entwicklung der endogenen Variablen zu erklären.

Vorgegeben ist demnach mit

$$(3.9) \quad \frac{\dot{L}}{L} = n \quad \text{bzw.} \quad \dot{L} = nL$$

die zeitliche Entwicklung des Arbeitsangebots.

Der Kapitalstock verändert sich in Höhe der getätigten Investitionen

$$\dot{K} = I.$$

Die zeitliche Veränderung des Sozialprodukts schließlich erhält man aus der Produktionsfunktion als

$$\dot{Y} = \frac{\partial Y}{\partial L} \dot{L} + \frac{\partial Y}{\partial K} \dot{K}.$$

Betrachten wir jetzt die Wachstumsraten dieser Variablen:

$$(3.10) \quad \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} \frac{\dot{L}}{L} + \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \frac{\dot{K}}{K}$$

Den Ausdruck $(\partial Y / \partial L)(L / Y)$ bezeichnet man als *Produktionselastizität des Faktors Arbeit* und analog für Kapital. Die Wachstumsrate des Sozialprodukts ist also eine gewichtete

Summe der Wachstumsraten von Kapital und Arbeit; die Gewichte sind die jeweiligen Produktionselastizitäten. Gleichung (3.10) verdeutlicht, daß hier nur die Produktionsfaktoren als Träger der wirtschaftlichen Entwicklung in Frage kommen. Mit (3.4) folgt aus (3.10)

$$(3.11) \quad \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{wL}{Y} \frac{\dot{L}}{L} + \frac{rK}{Y} \frac{\dot{K}}{K}$$

In dieser Darstellung werden die Wachstumsraten der Produktionsfaktoren mit der Lohnquote bzw. der Profit- oder Kapitaleinkommensquote (rK/Y) gewichtet. Um die Wachstumsrate des Sozialprodukts zu ermitteln, muss man also – für zunächst gegebene Produktionselastizitäten – die Wachstumsraten der Produktionsfaktoren kennen. Die des Faktors Arbeit ist exogen vorgegeben, die des Faktors Kapital wird im Folgenden abgeleitet.

Bei einer keynesianischen Sparfunktion ergeben sich die Ersparnisse gemäß Gleichung (3.5) als konstanter Anteil des Sozialprodukts. Unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingung (3.8) ergibt sich dann

$$\dot{K} = I = \beta Y$$

und als Wachstumsrate

$$(3.12) \quad \frac{\dot{K}}{K} = \beta \frac{Y}{K} = \beta \frac{f(k)}{k}.$$

Die Wachstumsrate des Faktors Kapital hängt also von der (hier gegebenen) Sparquote β und der Kapitalintensität ab. Damit können die zeitlichen Abläufe des Modells im wesentlichen an einer einzigen Variablen, der Kapitalintensität k , festgemacht werden. Uns interessiert also vor allem, wie sich diese Kapitalintensität im Zeitablauf entwickelt. Nach den oben angegebenen Regeln für das Rechnen mit Wachstumsraten ist

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

und damit nach Einsetzen von (3.9) und (3.12) sowie Multiplikation mit k

$$(3.13) \quad \dot{k} = \beta f(k) - nk$$

Überlegen wir uns, was passiert, wenn die Wachstumsraten der Produktionsfaktoren unterschiedlich sind. Angenommen, die Wachstumsrate des Faktors Arbeit (n) übersteige diejenige des Faktors Kapital $\beta f(k)/k$. Dann wird Kapital im Vergleich zur Arbeit knapper mit der Folge, dass der Reallohn im Vergleich zum Zinssatz sinken wird. Die Unternehmer werden Arbeit für Kapital substituieren. Das Sozialprodukt wird mit relativ weniger Kapital produziert, so dass die Kapitalproduktivität Y/K steigt. Bei gegebener Sparquote ist das aber gleichbedeutend mit einer Zunahme der Wachstumsrate des Faktors Kapital. Gilt dann immer noch $n > \beta f(k)/k$ wird sich dieser Prozess fortsetzen, bis die Wachstumsraten der Produktionsfaktoren übereinstimmen. Würde umgekehrt $n < \beta f(k)/k$ sein, stiege der Reallohn relativ zum Zinssatz. Es würde vergleichsweise mehr Kapital eingesetzt und Y/K würde sinken. Dieser Anpassungsprozess wird erst dann wieder zum Stillstand kommen, wenn die Wachstumsraten der beiden Produktionsfaktoren übereinstimmen, wenn also gilt

$$\frac{\dot{L}}{L} = n = \frac{\beta f(k)}{k} = \frac{\dot{K}}{K}.$$

Aus (3.11) folgt dann aber, daß auch gilt

$$\frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = n.$$

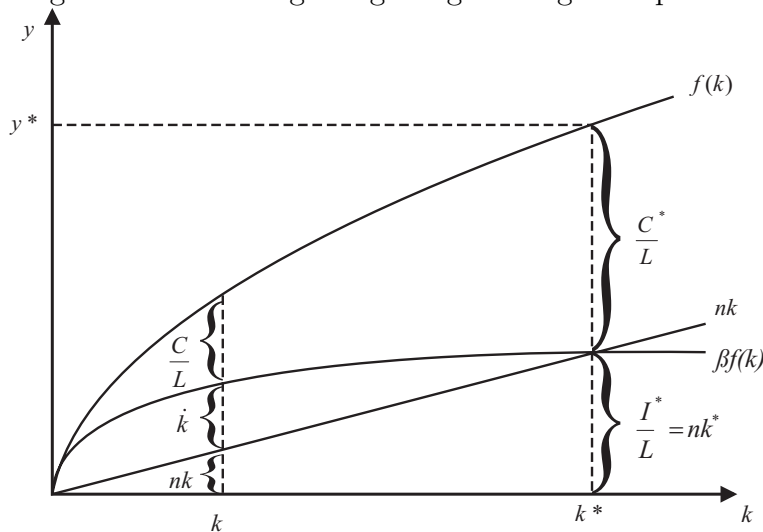
In einem langfristigen Wachstumsgleichgewicht (steady state) wachsen also alle Variablen mit derselben Rate n . Alle Pro-Kopf-Variablen – Kapitalintensität, Pro-Kopf-Konsum etc. – sind dann konstant. Sinnvollerweise drückt man die Bedingungen für ein langfristiges Wachstumsgleichgewicht in Pro-Kopf-Form aus – sinnvoll ist dies deshalb, weil die Gleichgewichtswerte der relevanten Variable dann in der Zeit konstant sind.

Ein langfristiges Wachstumsgleichgewicht mit keynesianischer Sparfunktion ist dann durch das folgende Gleichungssystem bestimmt:

$$\begin{aligned} (3.14a) \quad & y = f(k) \\ (3.14b) \quad & r = f'(k) \\ (3.14c) \quad & w = f(k) - f'(k)k \\ (3.14d) \quad & nk = \beta f(k) \\ (3.14e) \quad & \dot{L}/L = n \\ (3.14f) \quad & y = c + nk. \end{aligned}$$

Über die ersten drei Gleichungen lassen sich Güterangebot und Faktornachfrage bestimmen. Gleichung (3.14d) stellt die Gleichgewichtsbedingung für den Kapitalmarkt dar, wobei gleich die Sparfunktion berücksichtigt wurde. Die beiden letzten Gleichungen beschreiben die Gleichgewichtsbedingungen auf Arbeits- und Gütermarkt. Die Gleichungen (3.14d) und (3.14f) stellen dabei denselben Sachverhalt dar, was man über $y - c = S/L = \beta f(k)$ sofort sieht. Zentral ist Gleichung (3.14d). über sie bestimmt sich die gleichgewichtige Kapitalintensität. Über (3.14b) wird dann der Zinssatz, über (3.14c) der Lohnsatz, über (3.14a) das Sozialprodukt pro Kopf festgelegt. Über (3.14f) ermittelt man den Konsum pro Kopf.

Abbildung 3.4: Bestimmung der gleichgewichtigen Kapitalintensität

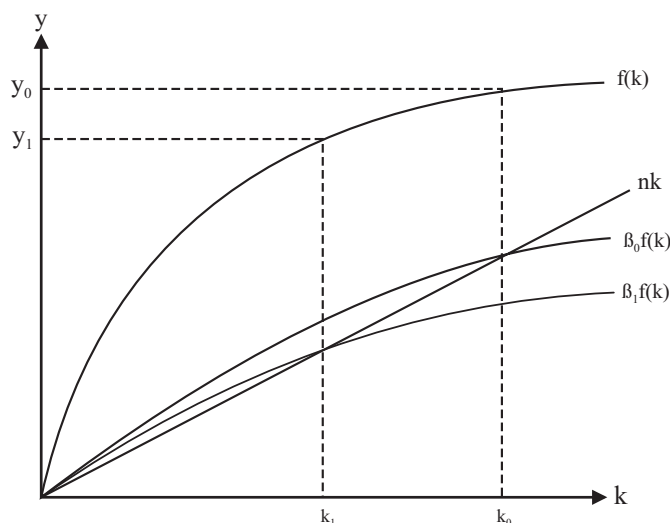


Diese Zusammenhänge lassen sich einfach graphisch darstellen. In Abbildung 3.4 ist zunächst einmal die Produktionsfunktion $y = f(k)$ eingezeichnet. Die linke und die rechte

Seite von (3.14d) sind ebenfalls Funktionen von k und können deshalb in der gleichen Abbildung dargestellt werden. Das Wachstumsgleichgewicht liegt bei k^* . Vom Sozialprodukt pro Kopf y^* wird der Teil c^* konsumiert, der Teil $nk^* = \beta f(k^*)$ investiert. Für ein ungleichgewichtiges k gibt die Differenz $\beta f(k) - nk$ gerade die Veränderung der Kapitalintensität, d.h. \dot{k} , an. In einem solchen Fall setzen die oben beschriebenen Anpassungsprozesse ein, die schließlich zur Realisierung des langfristig gleichgewichtigen k^* und $\dot{k} = 0$ führen. Die Kapitalintensität k^* ist dann durch den herrschenden Datenkranz determiniert, zu dem insbesondere auch die gegebene Sparquote s gehört.

Man könnte nun noch untersuchen, wie sich ein gleichgewichtiger Wachstumspfad bei einer Variation der Daten ändert. Das ist Gegenstand der komparativen Analyse. Da es sich in unserem Zusammenhang immer um die Verschiebung ganzer Wachstumspfade handelt, spricht man von einer *komparativen Dynamik*. In Abbildung 3.5 etwa sind die Wirkungen einer Absenkung der gesamtwirtschaftlichen Sparquote von β_0 auf β_1 auf Kapitalintensität k und Sozialprodukt pro Kopf y abgebildet. Zur ökonomischen Erklärung vgl. eines der Lehrbücher zur Makroökonomie bzw. Wachstumstheorie (z.B. Romer, 2001, 15f.).

Abbildung 3.5: Wirkungen einer veränderten Sparquote



Man könnte nun noch fragen, ob es eine bestimmte Sparquote gibt, die in irgendeinem Sinne optimal ist. Unter „optimal“ soll dabei hier ein langfristig maximaler Pro-Kopf-Konsum verstanden werden. Von einer effizienten Sparquote soll dagegen gesprochen werden, wenn es keine niedrigere Sparquote gibt, die einen gleichen oder einen höheren dauerhaften Pro-Kopf-Konsum ermöglicht. Statt nun direkt den Zusammenhang von Pro-Kopf-Konsum $c = C/L$ und Sparquote s zu betrachten, geht man den Umweg über die Beziehung zwischen c und k . Dieser Zusammenhang kommt in Gleichung (3.14f) unter Berücksichtigung von (3.14a) zum Ausdruck.

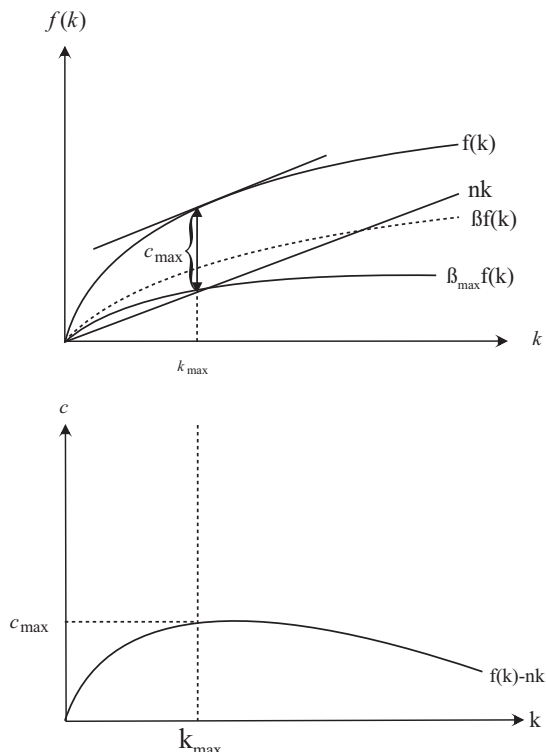
Die Abbildung 3.6 verdeutlicht die Bestimmung derjenigen Kapitalintensität k_{\max} , die ein maximales langfristiges Pro-Kopf-Konsumniveau c_{\max} ermöglicht. Offensichtlich muss dazu

$$(3.15) \quad f'(k_{\max}) = n \quad \text{bzw.} \quad r = n$$

erfüllt sein. Man kann (3.15) auch formal herleiten, indem man (3.14f) unter Beachtung von (3.14a) nach k differenziert. In der Literatur wird (3.15) auch als *Goldene Regel der*

Kapitalakkumulation bezeichnet: Ein langfristig maximales Konsumniveau ist durch eine Kapitalintensität k_{\max} bestimmt, bei der die Grenzproduktivität des Kapitals mit der exogenen Bevölkerungswachstumsrate n übereinstimmt.

Abbildung 3.6: Die goldene Regel der Kapitalakkumulation



Den Zusammenhang zwischen c_{\max} bzw. k_{\max} und Sparquote finden wir dann über (3.14d). Zur Sicherstellung von k_{\max} und damit c_{\max} ist also eine Sparquote

$$(3.16) \quad \beta_{\max} = nk_{\max}/f(k_{\max})$$

erforderlich. Wie sich eine solche Sparquote realisieren lässt werden wir noch sehen.

Bei Kapitalintensitäten $k > k_{\max}$ spricht man von einer Überakkumulation des Kapitals. Es ist dann auf Dauer zuviel investiert worden. In solchen Situationen gilt $r = f'(k) < n$. Solchen k 's entsprechen Sparquoten $\beta > \beta_{\max}$ (warum?). Dynamisch effiziente k 's und β 's liegen deshalb in den Intervallen $[0, k_{\max}]$ bzw. $[0, \beta_{\max}]$. Dynamische Effizienz erfordert $f'(k) = r \geq n$.

3.1.2 Das erweiterte Modell mit staatlichen Aktivitäten

Nun werden staatliche Aktivitäten in das neoklassische Wachstumsmodell mit keynesianischer Sparfunktion eingeführt. Gegenüber dem Gleichungssystem (3.14a) - (3.14f) ist jetzt zusätzlich die staatliche Budgetgleichung

$$(3.17) \quad G + rB = T + D$$

zu berücksichtigen. Ausserdem erfolgt nun die private Ersparnisbildung in konstantem Verhältnis zum verfügbaren Haushaltseinkommen, also

$$(3.18) \quad S = \beta Y_v^{pr} = \beta(Y + rB - T).$$

Dies hat zur Konsequenz, dass sich Gleichung (3.14f) ändert.

Als finanzpolitische Handlungsparameter kommen die Staatsausgaben, die Steuereinnahmen und die Nettokreditaufnahme in Frage. Denn B ist in jeder Periode eine gegebene Bestandsgröße, während der Zinssatz marktbestimmt ist. Nun sollte klar sein, dass der Fiskus nur zwei seiner drei Handlungsparameter fixieren kann. Der dritte bestimmt sich dann endogen gerade so, dass die Budgetgleichung (3.17) erfüllt ist.

Wir wollen in diesem Abschnitt annehmen, dass die Steuereinnahmen die endogene Variable darstellen. Über Staatsausgaben und Nettokreditaufnahme können deshalb irgendwelche – sinnvoll erscheinenden – Annahmen getroffen werden. Speziell sei angenommen, dass der Staat seine Güterausgaben in fester Relation zum Periodensozialprodukt

$$(3.19) \quad G = gY$$

plane und diese Ausgaben über die Erhebung von Einkommensteuern sowie die Aufnahme von Krediten finanziere. Die Nettokreditaufnahme soll dabei in fester Relation zum Sozialprodukt stehen, also

$$(3.20) \quad D = \alpha Y.$$

Man beachte, dass Güterausgaben und Nettokreditaufnahme in (3.19) bzw. (3.20) auf das Sozialprodukt bezogen werden. Alternativ könnte man Staatsausgaben und Nettokreditaufnahme auch in Relation zur Arbeitsbevölkerung darstellen (s.u.). Dies hätte allerdings zur Folge, dass nur dynamisch ineffiziente Wachstumsgleichgewichte stabil wären (vgl. Wenzel, 1992). Deshalb gehen wir in diesem Unterabschnitt von gegebenen Staatsausgaben- und Kreditaufnahmequoten aus.

Die direkte Steuer T ist noch näher zu spezifizieren. Wir unterscheiden zwei Fälle. Im ersten wird T als Pauschsteuer, im zweiten als Einkommensteuer erhoben (wobei die Unterscheidung hier nicht so trennscharf ist).

Fall 1: Nettokreditaufnahme versus Pauschalsteuern

Um die Vergleichbarkeit mit den Gleichungen (3.14a)-(3.14f) herzustellen, müssen wir zur Pro-Kopf-Darstellung übergehen. Unter Berücksichtigung von (3.19) und (3.20) wird die staatliche Budgetgleichung (3.17) zu

$$(3.21) \quad gf(k) + (r - n)b = t,$$

mit sich selbst erklärender Bezeichnungsweise. Für die Ersparnisse pro Kopf erhält man

$$\frac{S}{L} = \beta[f(k) + rb - t].$$

Die Bedingungen für ein langfristiges Wachstumsgleichgewicht lauten damit statt (3.14a)-(3.14f) jetzt

$$(3.22a) \quad y = f(k)$$

$$(3.22b) \quad r = f'(k)$$

$$(3.22c) \quad w = f(k) - f'(k)k$$

$$(3.22d) \quad nk = \beta[f(k) + rb - t] - d$$

$$(3.22e) \quad t = gf(k) + (r - n)b$$

$$(3.22f) \quad y = c + nk + gy$$

Die Gütermarktgleichgewichtsbedingung (3.22f) erhält man, indem

$$Y = C + I + G$$

in Pro-Kopf-Form geschrieben wird und dabei (3.19) beachtet wird. Von zentraler Bedeutung sind die Gleichungen (3.22d) und (3.22e). Durch Zusammenfassung erhält man

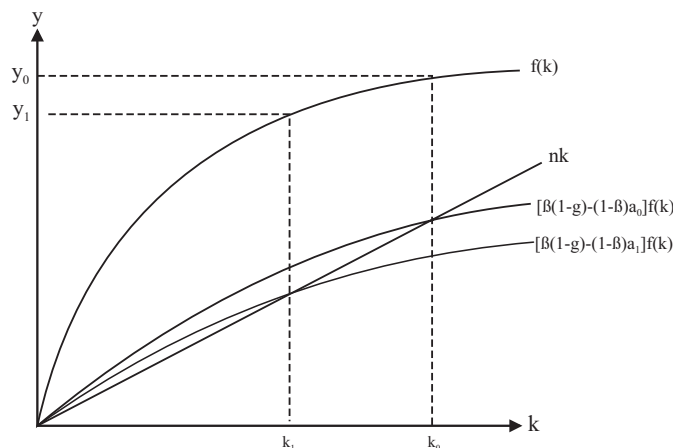
$$nk = \beta f(k)(1 - g) + \beta nb - d.$$

Nun ist $nb = d$ und $d = \alpha f(k)$, so dass gilt

$$(3.23) \quad nk = f(k)[\beta(1 - g) - (1 - \beta)\alpha].$$

Man sieht jetzt, dass die gleichgewichtige Kapitalintensität k bei gegebener Staatsausgabenquote g und fester Sparquoten β nur noch von der Kreditquote α abhängt. Wir wollen uns die Wirkungen einer erhöhten Kreditquote ($d\alpha > 0$) zunächst graphisch verdeutlichen.

Abbildung 3.7: Wirkungen einer erhöhten Nettokreditaufnahme im Solow-Modell



In Abbildung 3.7 ergibt sich die Kapitalintensität k^0 im Ausgangsgleichgewicht gemäß (3.23) im Schnittpunkt der nk -Geraden mit der $[\beta(1 - g) - (1 - \beta)\alpha_0]f(k)$ Funktion. Bei einer Erhöhung der Kreditfinanzierungsquote auf α_1 verlagert sich diese Funktion nach unten, so dass sich eine geringere Kapitalintensität k^* und ein geringeres Sozialprodukt pro Kopf einstellen. Dem Sozialprodukt (pro Kopf) y^* entspricht ein höherer Zinssatz als dem Sozialprodukt der Ausgangssituation. In der Differenz ($y^0 - y^*$) sieht der sog. *Aggregate Investment Approach* (s.u.) die „Last“ der Kreditfinanzierung im Vergleich zur Steuerfinanzierung. Aus der graphischen Darstellung des letzten Abschnitts sollte auch klar sein, dass die geringere Kapitalintensität einhergeht mit einem höherem Realzins und einem vermindertem Lohnniveau. Wenn das Ergebnis schon graphisch so klar ist, müsste man es auch formal beweisen können (vgl. Übungsaufgabe).

Fall 2: Nettokreditaufnahme versus Einkommensteuer

Wir nehmen jetzt an, dass die direkte Steuer in Form einer Einkommensteuer erhoben wird, deren Bemessungsgrundlage aus der Summe der Faktoreinkommen Y und den Zinseinkommen rB aus dem Besitz öffentlicher Schuldtitel besteht. Bezeichnet man den Einkommensteuersatz mit τ_y , gilt also

$$T = \tau_y(Y + rB).$$

Analog zum Fall 1 lässt sich auch hier zeigen, dass gilt

$$\frac{dk}{d\alpha} < 0.$$

Insgesamt kann damit festgehalten werden:

Bei konstanter Sparquote des privaten Haushaltssektors führt ein höherer Kreditfinanzierungsanteil einer gegebenen Staatsausgabenquote langfristig zu einer geringeren gleichgewichtigen Kapitalintensität und zu einem niedrigerem Sozialprodukt pro Kopf. Der Grund liegt letztlich darin, dass mit der Kreditfinanzierung im Vergleich zur Steuerfinanzierung eine Zurückdrängung privater Investitionen („crowding out“) verbunden ist. Eine solche Verdrängung vollzieht sich über entsprechende Steigerungen des Zinssatzes.

3.2 Staatsverschuldung in einem endogenen Wachstumsmodell

In diesem Abschnitt soll die Wirkung der Staatsverschuldung auf die langfristige *Wachstumsrate* untersucht werden. Dazu benötigen wir natürlich ein Modell, in dem die Wachstumsrate endogen bestimmt wird und nicht – wie im Solow-Modell – exogen vorgegeben wird. Endogenes Wachstum lässt sich erzeugen durch spezielle Annahmen bei der Produktionstechnologie. Deshalb werden wir zunächst die Angebotsseite der Volkswirtschaft genauer beschreiben um dann die Wachstumsrate im Gesamtmodell abzuleiten.

Produktion mit technologischen Externalitäten

Die Grundidee dieses Modells geht zurück auf Romer (1986). Er hatte als erster die Idee formalisiert, dass Investitionen nicht nur den (physischen) Kapitalstock erhöhen, sondern noch zusätzlich zu sog. „Spillovers“ führen, welche die Humankapitalausstattung der Volkswirtschaft anheben. Da die Firmen diesen zweiten *externen* Effekt nicht erkennen (oder ihren eigenen Beitrag für unbedeutend halten), ergibt sich in jeder Periode eine höhere Humankapitalproduktivität und damit ein ständiger Anreiz, den Kapitalstock weiter zu steigern.

Um dies zu formalisieren, benötigen wir eine Wettbewerbsökonomie mit $j = 1, \dots, J$ identischen Firmen, die alle mit derselben linear-homogenen Technologie den firmenspezifischen Output

$$(3.24) \quad Y_j = F(K_j, HL_j)$$

produzieren. K_j und HL_j bezeichnen den Einsatz von physischem Kapital und Humankapital in Firma j . Humankapital wird erzeugt, indem der Arbeitseinsatz L_j mit dem Effizienzparameter H multiplikativ verknüpft wird. Der gesamte Kapital und Arbeitseinsatz in der Ökonomie ergibt sich dann durch

$$K = \sum_{j=1}^J K_j \quad \text{bzw.} \quad L = \sum_{j=1}^J L_j = 1$$

Wir versiegeln also die Wachstumsquelle des letzten Abschnitts indem wir nun das Arbeitspotential konstant halten. Zur Vereinfachung der Notation wird das Arbeitspotential auf Eins normiert. Wichtig ist nun, dass der Effizienzparameter H linear mit dem Kapitalstock der Ökonomie verknüpft ist, also

$$(3.25) \quad H = aK/L = aK.$$

Dies ist der externe Effekt, den die Firmen nicht realisieren. Aufgrund der linearen Homogenität kann die Funktion F auch in Kapital-Arbeit-Einheiten ausgedrückt werden:

$$Y_j = F(K_j, HL_j) = F\left(K_j, a\frac{K}{L}L_j\right) = \frac{K}{L}L_j F\left(\frac{K_j}{L_j}\frac{L}{K}, a\right) =: \frac{K}{L}L_j f\left(\frac{K_j}{L_j}\frac{L}{K}\right)$$

Da alle Firmen identische Technologie verwenden, produzieren sie im Gleichgewicht mit derselben Kapitalintensität. Daher muss gelten $K_j/L_j = K/L$. Die pro-Kopf Produktion der Firma j ist daher proportional zum gesamtwirtschaftlichen Kapitalstock:

$$\frac{K}{L}L_j f\left(\frac{K_j}{L_j}\frac{L}{K}\right) = KL_j f(1) = AKL_j.$$

Als Gesamtoutput erhält man somit

$$(3.26) \quad Y = \sum_{j=1}^J Y_j = \sum_{j=1}^J AKL_j = AK \sum_{j=1}^J L_j = AK$$

Jede Firma maximiert ihren Gewinn durch optimal Wahl von Kapital und Arbeit:

$$\max_{K_j, L_j} \frac{K}{L}L_j f\left(\frac{K_j}{L_j}\frac{L}{K}\right) - rK_j - wL_j$$

Aus den Optimalitätsbedingungen erhält man den Zinssatz und den Lohnsatz im Gleichgewicht:

$$(3.27) \quad f'(1) = r$$

$$(3.28) \quad \frac{K}{L}f(1) - f'(1)\frac{K_j}{L_j} = w$$

Gleichung (3.28) können wir wie folgt vereinfachen:

$$(3.29) \quad w = \eta K \quad \text{mit} \quad \eta := f(1) - f'(1).$$

Wichtig ist vor allem, dass der Zinssatz im Gleichgewicht konstant ist während der Lohnsatz mit derselben Rate wie der Kapitalstock wächst (klar?).

Haushaltsseite und Staat

Wie schon im letzten Abschnitt unterstellen wir auch hier eine konstante Sparquote. Der Konsum ergibt sich daher aus

$$(3.30) \quad C = (1 - \beta)Y_v^{pr} = (1 - \beta)(Y + rB - T).$$

Ebenso unterstellen wir wieder für den Staat, dass die konsumtiven Staatsausgaben proportional zum Output der Ökonomie nachgefragt werden. Seine Budgetbeschränkung lautet also

$$(3.31) \quad gY + rB = T + \dot{B}.$$

Nun soll die endogene Wachstumsrate n abgeleitet werden. Zunächst halten wir fest, dass im Gleichgewicht der Schuldenstand mit dieser Rate wachsen muss und somit das Verhältnis von Schuldenstand zu Sozialprodukt konstant bleibt, d.h.

$$(3.32) \quad \frac{\dot{B}}{B} = n \quad \Rightarrow \quad \dot{B} = n\frac{B}{Y}Y = nbY$$

Ausgangspunkt für die Ableitung von n ist nun die Gütermarktgleichgewichtsbedingung

$$Y = C + I + G,$$

die durch Verwendung von (3.26) sowie (3.30)-(3.32) wie folgt umformuliert wird:

$$\begin{aligned} I = \dot{K} &= Y - C - G \\ &= AK - (1 - \beta)(AK + nbAK - gAK) - gAK \\ (3.33) \quad &= AK - (1 - \beta)(AK + nbAK) - \beta gAK \end{aligned}$$

Aus Gleichung (3.33) ergibt sich nun die gleichgewichtige Wachstumsrate aus

$$(3.34) \quad \frac{\dot{K}}{K} = n = A[1 - (1 - \beta)(1 + nb) - \beta g]$$

Löst man nun Gleichung (3.34) nach n auf, so erhält man

$$(3.35) \quad n = \frac{A(1 - g)\beta}{1 + A(1 - \beta)b}$$

Man erkennt daraus sofort, dass die gleichgewichtige Wachstumsrate nun mit der Sparquote steigt und mit einer höheren Staatsquote sinkt, d.h.

$$\frac{\partial n}{\partial \beta} > 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial n}{\partial g} < 0.$$

In erster Linie interessiert uns jedoch, wie die Wachstumsrate auf eine Veränderung der Verschuldung reagiert. Aus Gleichung (3.35) erhalten wir

$$\frac{dn}{db} = -\frac{A(1 - \beta)n}{1 + A(1 - \beta)b} < 0$$

Damit ist gezeigt, dass ein Anstieg der Staatsverschuldung in diesem einfachen Modell die Wachstumsrate reduziert. Der ökonomische Mechanismus ist ganz ähnlich wie im traditionellen Solow-Modell. Staatsverschuldung reduziert die Kapitalbildung, weil Investitionen verdrängt werden. Allerdings reagieren die endogenen Variablen in einem endogenen Wachstumsmodell etwas anders: als Folge reduziert sich die Wachstumsrate und damit wachsen die künftigen Reallöhne langsamer. Das Zinsniveau dagegen bleibt unverändert.

Literatur:

Romer, D. (1986): Increasing Returns and Long-run Growth, *Journal of Political Economy* 94, 1002-1037.

Romer, D. (2001): *Advanced Macroeconomics*, New York u.a.O.

Wenzel, D. (1992): Staat und Wachstum, Grundlegende Zusammenhänge zwischen staatlicher Aktivität und gesamtwirtschaftlicher Kapitalbildung, Universität Bamberg, Volkswirtschaftliche Diskussionsbeiträge Nr. 50.